

Упр 1.

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 6x_3 \leq 6 \\ 6x_2 + 6x_3 \leq 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 6x_3 + x_5 = 6 \\ 6x_2 + 6x_3 + x_6 = 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

$$(A_1 | B) = \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 6 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & 6 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 6 & 6 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right) \quad \sum_{j \in B(x^0)} x_j A_j = b \quad \begin{matrix} x_j = 0, j \notin J(x^0) \\ x_j > 0, j \in J(x^*) \end{matrix}$$

Рассмотрим все МЗ столбцов и найдем, есть ли для них $\exists$ базисное допустимое решение.

Обычно для (1), (2), (3), (4), (5), (6) нет БДР.
Также для (14), (15), (24), (26), (35), (56), (45), (46), (56) все $x_j \geq 0$

$$(12) \begin{cases} 3x_1 + 6x_2 = 6 \\ 3x_1 = 6 \\ 6x_2 = 6 \end{cases} \quad \text{нельзя.} \quad (113) \begin{cases} 3x_1 = 6 \\ 3x_1 + 6x_3 = 6 \\ 6x_3 = 6 \end{cases} \quad \text{нельзя.}$$

$$(16) \begin{cases} 3x_1 = 6 \\ 3x_1 = 6 \\ x_6 = 6 \end{cases} \quad x = (2, 0, 0, 0, 0, 6) \quad (23) \begin{cases} 6x_2 = 6 \\ 6x_3 = 6 \\ 6x_1 + 6x_2 = 6 \end{cases} \quad \text{нельзя.}$$

$$(25) \begin{cases} 6x_2 = 6 \\ x_5 = 6 \\ 6x_2 = 6 \end{cases} \quad x = (0, 1, 0, 0, 6, 0) \quad (134) \begin{cases} x_4 = 6 \\ 6x_3 = 6 \\ 6x_3 = 6 \end{cases} \quad (10, 0, 1, 6, 0, 0)$$

$$(123) \begin{cases} 3x_1 + 6x_2 = 6 \\ 3x_1 + 6x_3 = 6 \\ 6x_2 + 6x_3 = 6 \end{cases} \quad x = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0) \quad (124) \begin{cases} 3x_1 + 6x_4 = 6 \\ 3x_1 = 6 \\ 6x_2 = 6 \end{cases} \quad \text{нельзя.}$$

$$(125) \begin{cases} 3x_1 + 6x_2 = 6 \\ 3x_1 + x_5 = 6 \\ 6x_2 = 6 \end{cases} \quad \text{нельзя.} \quad (126) \begin{cases} 3x_1 + 6x_6 = 6 \\ 3x_1 = 6 \\ 6x_2 + x_6 = 6 \end{cases} \quad \text{нельзя.}$$

(134)

$$\begin{cases} 3x_1 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 6x_3 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_5 = 6 \end{cases}$$

(150)

$$\begin{cases} 3x_1 = 6 \\ 5x_1 + 6x_5 \neq x_5 = 6 \\ 6x_5 = 6 \text{ неов.} \end{cases}$$

(146)

$$\begin{cases} 3x_1 + x_4 = 6 \\ 3x_1 = 6 \text{ неов.} \\ x_6 = 6 \end{cases}$$

(156)

$$\begin{cases} 3x_1 = 6 \\ 5x_1 + x_5 = 6 \text{ неов.} \\ x_6 = 6 \end{cases}$$

(1234)

$$\begin{cases} 6x_2 + x_4 = 6 \\ 6x_3 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_2 + 6x_5 = 6 \end{cases}$$

(1250)

$$\begin{cases} 6x_2 = 6 \\ 6x_5 + x_5 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_2 + 6x_3 = 6 \end{cases}$$

(1236)

$$\begin{cases} 6x_2 = 6 \\ 6x_3 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_2 + 6x_3 + x_6 = 6 \end{cases}$$

(245)

$$\begin{cases} 6x_2 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_2 = 6 \end{cases}$$

(256)

$$\begin{cases} 6x_2 = 6 \\ x_1 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_2 + x_6 = 6 \end{cases}$$

(1345)

$$\begin{cases} x_4 = 6 \\ 6x_5 + x_5 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_3 = 6 \end{cases}$$

346

$$\begin{cases} x_4 = 6 \\ 6x_5 = 6 \text{ неов.} \\ 6x_3 + x_6 = 6 \end{cases}$$

(456)

$$\begin{cases} x_4 = 6 \\ x_5 = 6 \\ x_6 = 6 \end{cases} (0, 0, 0, 1, 1, 1)$$

БДР:

$$x = (2, 0, 0, 0, 0, 6)$$

$$x = (0, 1, 0, 0, 6, 0)$$

$$x = (0, 0, 1, 6, 0, 0)$$

$$x = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0)$$

$$x = (0, 0, 0, 1, 1, 1)$$

Упр 2

$$\begin{cases} z = \\ 0 \leq \\ 0 \leq \\ 3 \end{cases}$$

z

x3

x4

x5

z

x3

x2

x2

x5

z

x3

x2

x1

x1

x1

x1

x1

x1

x1

$3x_1 + x_4 = 6$
 $3x_1 + 6x_3 = 6$ *нечетно*
 $6x_5 = 6$

(155) $\begin{cases} 3x_1 = 6 \\ 5x_1 + 6x_5 = 6 \\ 6x_5 = 6 \end{cases}$ *нечетно*

$3x_1 + x_4 = 6$
 $3x_1 = 6$ *нечетно*
 $x_4 = 6$

(1756) $\begin{cases} 3x_1 = 6 \\ 5x_1 + x_5 = 6 \\ x_5 = 6 \end{cases}$ *нечетно*

$6x_4 + x_4 = 6$
 $6x_3 = 6$ *нечетно*
 $6x_2 + 6x_5 = 6$

(1250) $\begin{cases} 6x_4 = 6 \\ 6x_3 + x_5 = 6 \\ 6x_2 + 6x_5 = 6 \end{cases}$ *нечетно*

$6x_4 = 6$
 $6x_3 = 6$ *нечетно*
 $6x_2 + 6x_3 + x_5 = 6$

(245) $\begin{cases} 6x_4 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6 \\ 6x_2 = 6 \end{cases}$ *нечетно*

$6x_4 = 6$
 $x_5 = 6$ *нечетно*
 $6x_2 + x_5 = 6$ *нечетно*
 $6x_3 = 6$

(345) $\begin{cases} x_4 = 6 \\ 6x_3 + x_5 = 6 \\ 6x_3 = 6 \end{cases}$ *нечетно*

$x_4 = 6$
 $x_5 = 6$
 $x_3 + x_5 = 6$ *нечетно*
 $x_3 = 6$

(456) $\begin{cases} x_4 = 6 \\ x_5 = 6 \\ x_6 = 6 \end{cases}$ *нечетно*

$(0, 0, 0, 6)$
 $(0, 1, 0, 0, 6, 0)$
 $(0, 0, 1, 6, 0, 0)$
 $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0)$
 $(0, 0, 0, 1, 1, 1)$

Упр 2.

$Z = 3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$
 $0 \leq x_1 \leq 6$
 $0 \leq x_2 \leq 8$
 $3x_1 + 5x_2 \leq 42$

Z	-3	-6	0	0	0	0
x_3	1	0	1	0	0	6
x_4	0	(1)	0	1	0	8
x_5	3	5	0	0	1	42

Z	-3	0	0	6	0	48
x_3	1	0	1	0	0	6
x_2	0	1	0	1	0	8
x_5	(3)	0	0	-5	1	2

Z	0	0	0	1	1	50
x_3	0	0	1	$\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{3}$
x_2	0	1	0	1	0	8
x_1	1	0	0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

$x^{(1)} = (\frac{2}{3}, 8, 5\frac{1}{3}, 0, 0)$ - опт. реш.

$x^* = (\frac{2}{3}, 8)$

$z^* = 50$

$Z = 3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 \leq 6$
 $x_2 + x_4 \leq 8$

$3x_1 + 5x_2 + x_5 \leq 42$

$x^{(1)} = (0, 0, 6, 8, 42)$

$\theta = \min \{ \frac{8}{1}, \frac{42}{5} \} = 8$

$x^{(2)} = (0, 8, 6, 0, 2)$

$\theta = \min \{ \frac{6}{1}, \frac{2}{3} \} = \frac{2}{3}$

Упр. 3.

$$\begin{array}{c|cccccc|c} Z & 0 & 0 & -6 & 6 & -6 & 6 & 0 \\ \hline x_1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -5 & 8 & 0 \\ x_2 & 0 & 1 & 8 & -5 & -4 & 1 & 0 \end{array}$$

$1 < 8 \Rightarrow$ без строки 1.

$$\begin{array}{c|cccccc|c} Z & 6 & 0 & 0 & -18 & -56 & 54 & 0 \\ \hline x_3 & 1 & 0 & 1 & -4 & -5 & 8 & 0 \\ x_2 & -8 & 1 & 0 & 27 & 36 & -62 & 0 \end{array}$$

$27 > 0 \Rightarrow$ без строки 2

$$\begin{array}{c|cccccc|c} Z & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -12 & 12 & \\ \hline x_3 & -\frac{5}{27} & \frac{4}{27} & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \\ x_4 & -\frac{8}{27} & \frac{1}{27} & 0 & 1 & \frac{4}{3} & -\frac{7}{3} & \end{array}$$

$\frac{1}{3} < \frac{4}{3} \Rightarrow$ без строки 1.

$$\begin{array}{c|cccccc|c} Z & -6 & 6 & 36 & 0 & 0 & -36 & \\ \hline x_5 & -\frac{5}{9} & \frac{4}{9} & 3 & 0 & 1 & -4 & \\ x_4 & \frac{4}{9} & -\frac{5}{9} & -4 & 1 & 0 & 3 & \end{array}$$

$3 > 0$ без строки 2.

$$\begin{array}{c|cccccc|c} Z & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & -12 & 12 & 0 & 0 & \\ \hline x_5 & \frac{1}{27} & -\frac{8}{27} & -\frac{7}{3} & \frac{4}{3} & 1 & 0 & \\ x_6 & \frac{4}{27} & -\frac{5}{27} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 1 & \end{array}$$

$\frac{1}{27} < \frac{4}{27}$ без строки 1

$$\begin{array}{c|cccccc} Z & 0 & 6 & -5 & 4 & 1 & 0 \\ \hline x_1 & 1 & -8 & -6 & 3 & 3 & 0 \\ \hline x_6 & 0 & 1 & 8 & -5 & -4 & 1 \end{array}$$

$1 > 0$ в строке 2.

$$\begin{array}{c|cccccc} Z & 0 & 0 & -6 & 6 & -6 & 6 \\ \hline x_1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -5 & 8 \\ \hline x_2 & 0 & 1 & 8 & -5 & -4 & 1 \end{array}$$

Упр. 4.

$$\begin{cases} Z = 3x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 3x_4 \rightarrow \max \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

Метод замены

$$\begin{array}{c|cccc|c} Z & -3 & -6 & -6 & -3 & 0 \\ \hline & 2 & 3 & 6 & 1 & 6 \\ \hline & 1 & 6 & 6 & 2 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc|c} Z & -3 & 3 & 0 & 0 & 6 \\ \hline x_3 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline x_4 & -1 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$x^* = (2, 0, 0, 2)$$

$$Z^* = 14$$

$$\begin{array}{c|cccc|c} Z & -3 & -6 & -6 & -3 & 0 \\ \hline & 3 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ \hline & -1 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

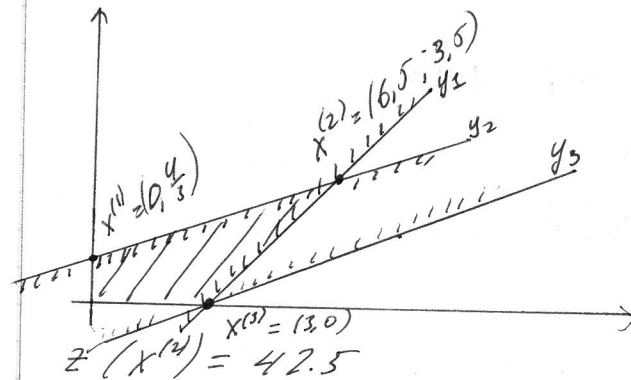
$$\begin{array}{c|cccc|c} Z & 0 & 3 & 6 & 0 & 12 \\ \hline x_1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ \hline x_4 & 0 & 3 & 2 & 1 & 2 \end{array}$$

Упр 5.

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 6x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 4 \\ -2x_1 + 6x_2 \geq -4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} z = 6x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 4 \\ x_1 - 3x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

Двойственная задача:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 = 3y_1 + 4y_2 + 2y_3 \rightarrow \min \\ y_1 - y_2 + y_3 \geq 6 \\ -y_1 + 3y_2 - 3y_3 \geq 1 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \end{array} \right.$$



$$x^* = x^{(2)} = (6, 5)$$

$$x_1 - 3x_2 = -4 < 4 \Rightarrow y_3^* = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 = 3y_1 + 4y_2 \rightarrow \min \\ y_1 - y_2 = 6 \\ -y_1 + 3y_2 = 1 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} y_1 = 9,5 \\ y_2 = 3,5 \end{array}$$

Ответ: $y^* = (9,5; 3,5; 0)$ $y_0^* = 42,5$

$x^* = (6, 5; 3,5)$ $z^* = 42,5$

Упр. 6.

$$\begin{cases} Z = x_1 + 6x_2 + 18x_3 - 50x_4 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 + 9x_3 - 5x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 15x_3 - 9x_4 = 2 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

Двойств. задача:

$$\begin{cases} y_0 = 2y_1 + 2y_2 \\ y_1 + y_2 \geq 1 \\ y_1 + 2y_2 \geq 6 \\ y_1 + 15y_2 \geq 18 \\ -5y_1 - 9y_2 \geq -30 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

$x^0 = (1, 1, 0, 0)$ - опт. решение

Условия доп.松弛ности:

$$x_j^0 \left(\sum_{i=1}^2 a_{ij} y_i^0 - c_j \right) = 0, j = 1..4$$

$$a_{11} y_1 + a_{21} y_2 = c_1$$

$$a_{12} y_1 + a_{22} y_2 = c_2$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 1 \\ y_1 + 2y_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = 5 \end{cases}$$

$$y^0 = (-4, 5)$$

Рассмотрим условие $-5y_1 - 9y_2 \geq -30$. Подставим y^0

$$12 - 45 = -33 \not\geq -30 \Rightarrow \text{Условие не выполняется.}$$

$\Rightarrow x^0$ - не является оптимальным

Упр. 7.

$$z = 7x_1 + 8x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$$

$$9x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 12$$

$$3x_1 + 7x_2 + x_3 \leq 10$$

$$0 \leq x_j \leq 1, \quad j=1,2,3.$$

z	-7	-3	-6	0	0	0
x_4	9	6	5	1	0	12
x_5	3	7	1	0	1	10

$$\theta = \min \left\{ \frac{12}{5}, \frac{10}{1} \right\} = \frac{12}{5}$$

$$\theta_1 = \infty \quad u_3 = 1$$

$$u_3 - \min \Rightarrow y_3 = 1 - x_3$$

z	-7	-3	6	0	0	6
x_4	9	6	-5	1	0	7
x_5	3	7	1	0	1	9

$$\theta = \min \left\{ \frac{7}{9}, \frac{9}{3} \right\} = \frac{7}{9}$$

$$\theta_1 = \infty \quad u_4 = 1$$

$$\theta - \min \Rightarrow \text{опред. опоры. значение}$$

z	0	$1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{9}$	$\frac{7}{9}$	0	$11\frac{4}{9}$
x_1	1	$\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{7}{9}$
x_5	0	5	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$6\frac{2}{3}$

$$y_3 = 0 \Rightarrow x_3 = 1$$

$$x^* = \left(\frac{7}{9}, 0, 1 \right)$$

$$z^* = 11\frac{4}{9}$$

Упражнение 8.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 6 & 2 \\ 6 & 6 & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

1) БДР ищем наименьший элемент

	$\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$	1(0)
	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix}$	1(0)
	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$	1(0)
	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$	1
	1	1	1	1	

$$\Rightarrow x^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$z(x^0) = 8$

2) Поиск оптимального решения

$\begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ < \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$	Расселили знаки $>, < 0$ для $C_{ij} - U_i - V_j$
$\begin{matrix} 6 \\ -4 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix}$	Элемент (1,2) - ведущий
$\begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$	Циклы: (1,2) (1,4) (2,4) (2,1)
$\begin{matrix} 6 \\ -1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ > \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$	$\min\{0, 1\} = 0 \Rightarrow$ значения не меняются

Продолжит ища базиса

	3	3	0	3
0	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
-1	<u>6</u>	<u>2</u>	<u>6</u>	<u>2</u>
3	<u>6</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>6</u>
2	<u>6</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

Все $C_{ij} - U_i - V_j \geq 0 \Rightarrow$

выполнены критерий оптимальности

$\Rightarrow$

$$X^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad z^* = 3 + 2 + 3 + 5 = 13$$

Ответ:

$$X^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$z^* = 13$$

Упр 9.

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 6 & 2 \\ 6 & 6 & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{matrix}$$

$$X^* = (\gamma, \delta, \beta, \alpha) \quad z^* = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

$$X^* = (\delta, \gamma, \beta, \alpha)$$

брать максимумы по столбцам

Упражнение 10

$$Z = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10$$

$$6x_1 + 4x_2 \leq 11$$

$$3x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 13$$

$$x_i \geq 0, x_i \in \mathbb{Z}, i=1,2,3$$

Z	-4	-5	-6	0	0	0	0
x ₄	3	2	<u>3</u>	1	0	0	10
x ₅	6	4	0	0	1	0	11
x ₆	3	3	1	0	0	1	13

$\theta = \frac{10}{3}$

Z	2	-1	0	2	0	0	20
x ₃	1	<u>$\frac{2}{3}$</u>	1	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{10}{3}$
x ₅	6	<u>4</u>	0	0	1	0	11
x ₆	2	$2\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	0	1	$9\frac{2}{3}$

$\theta = \frac{11}{4}$

Z	$5\frac{1}{2}$	0	0	2	$\frac{1}{4}$	0	22.75
x ₃	0	0	<u>1</u>	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{5}{2}$
x ₂	<u>$\frac{3}{2}$</u>	1	0	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{11}{4}$
x ₆	-1.5	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{7}{12}$	1	$5\frac{1}{4}$

$$x^* = (0, 2\frac{3}{4}, 1\frac{1}{2}) - \text{оптимальное решение не целое}$$

$$x_2: x_2 \leq 2 \quad x_2: x_2 \geq 3$$

При $x_2 \geq 3$ система не совместна т.к. $6x_1 + 4x_2 \geq 6x_1 + 12$,

$$\text{а у нас } 6x_1 + 4x_2 \leq 11$$

12 > 11

$$x_2 = 2 - y_2$$

$$\begin{array}{c|ccccccc|c} Z & 3\frac{1}{2} & 0 & 0 & 2 & \frac{1}{4} & 0 & 22,75 \\ \hline x_3 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & 0 & \frac{3}{2} \\ y_2 & -\frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{3}{4} \\ x_6 & -\frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{12} & 1 & 3\frac{1}{4} \end{array}$$

$$\theta' = \left(\frac{7}{2} \cdot \frac{2}{3}, \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1} \right) = 1$$

$$\begin{array}{c|ccccccc|c} Z & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 22 \\ \hline x_3 & 1 & -\frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 2 \\ x_5 & 6 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ x_6 & 2 & -\frac{7}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & 0 & 1 & \frac{19}{4} \end{array}$$

$$x_2 = 2 - y_2 = 2$$

$$x^* = (0, 2, 2)$$

$$z^* = 22$$

Умножение 11

$$z = 73x_1 + 89x_2 + 140x_3 + 157x_4 + 159x_5 + 217x_6 + 299x_7$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 2x_5 + 3x_6 + 4x_7 \leq 10$$

$$1) \quad (1111111)$$

$$(0111111) - \text{исходные}$$

Номер мн-ба	$x_1, x_2, \dots, x_n (0 \dots 1)$	$Z_x(x_1, \dots, x_n)$	Список номеров координат мн-б
1	01011111)	972	1, <u>2</u>
2	11011111)	1045	
3	10101111)	905	1, 3, <u>4</u>
4	11101111)	994	
5	11010111)	837	1, 3, 5, <u>6</u>
6	11110111)	977	
7	11101011)	818	1, 3, 5, 7, <u>8</u>
8	11111011)	975	
9	11110101)	758 ⁷⁶⁴	<u>1</u> , 3, 5, 7, 9, 10
10	11111101)	917	
11	00101111)	832	3, 5, 7, 9, 10, 11, <u>12</u>
12	01101111)	921	
13	01010111)	764* (ном)	3, 5, 7, 9, <u>10</u> , 11, 13, 14
14	01110111)	904	
15	11111010)	618 ⁷⁶⁴	3, 5, 7, 9, 11, 13, 14, 15, 16
16	11111110)	835	
17	10010111)	748 ⁷⁶⁴	5, 7, 11, 14, 16, 18
18	10110111)	888	

Мн-ба 9, 15, 17 т.к. значение $Z_x(x_1, \dots, x_n) < 904$ удаляется = 764
отбрасывается

Мн-ба 12 отбрасывается по Y_1 .

Проверим Y_1 для 5, 7, 11, 14, 18.

$$5: 837 - V_5 = 837 - 159 = 678$$

$$7: 764 >, 818 - V_6 = 818 - 217 = 601$$

Вывод

$$11: 764 \geq 832 - V_4 = 832 - 157 = 675$$

$$14: 764 \geq 904 - V_6 = 904 - 159 = 745$$

$$18: 764 \geq 888 - V_5 = 888 - 159 = 729$$

$\frac{1}{2}$ выполнено

номер ит.	набор	допустимость
5	1 1 0 0 1 1 1	нет
	1 1 0 1 0 1 1	нет
	1 1 0 1 1 0 1	нет
	1 1 0 1 1 1 0	нет
7	1 1 1 0 0 1 1	нет
	1 1 1 0 1 0 1	нет
	1 1 1 0 1 1 0	нет
11	0 0 0 1 1 1 1	нет
	0 0 1 0 1 1 1	нет
	0 0 1 1 0 1 1	нет
	0 0 1 1 1 0 1	нет
	0 0 1 1 1 1 0	нет
14	0 1 1 0 1 1 1	нет
	0 1 1 1 0 1 1	нет
	0 1 1 1 1 0 1	нет
	0 1 1 1 1 1 0	нет
18	1 0 1 0 1 1 1	нет
	1 0 1 1 0 1 1	нет
	1 0 1 1 1 0 1	нет
	1 0 1 1 1 1 0	нет

Допустимая нет $\Rightarrow x^0 = (0100111)$ - опт. решение.

$$\text{Ответ: } x^* = (0100111)$$

$$z(x^*) = 764$$

Упражнение 12

$$A = 130$$

t	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$p_3(t)$	$p_4(t)$	$a_1(t)$	$a_2(t)$	$a_3(t)$	$a_4(t)$
1	0,7	0,5	0,7	0,6	10	20	10	20
2	0,8	0,7	0,9	0,7	20	40	30	30
3	0,9	0,8	0,95	0,9	60	50	100	70

$$\bar{I} = \prod_{j=1}^4 p_j(x_j) \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^4 a_j(x_j) \leq A = 130, \quad 1 \leq x_j \leq 3 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$$S_k \subset \left[\sum_{j=k}^4 a_j(1), A - \sum_{j=1}^{k-1} a_j(1) \right]$$

$$f_k^*(s_k) = \max_{x_k \in X_k(s_k)} \{ p_k(x_k) \cdot f_{k+1}^*(s_k - a_k(x_k)) \}$$

$$f_{n+1}^*(s_{n+1}) = 1$$

$$X_k^0(s_k) = \max \{ x_k \in Z \mid a_k(x_k) \leq s_k \} \quad X_k(s_k) = \{0, 1, \dots, x_k^0(s_k)\}$$

s_4	$s_4^*(s_4)$	$x_4^*(s_4)$
$[20, 30]$	0,6	1
$[10, 20]$	0,7	2
$[70, 90]$	0,9	3

далее нам для s_k будем полагать $= 10$

т.к. в минимальная разница между $a_1(x_1)$ и $a_2(x_2)$

Упражнение N13

$$\beta = \frac{6}{7} = 0,857 \quad z_1' = -5 \quad z_1' = 6$$

$$z(1) = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix} \quad z(2) = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P(1) = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix} \quad P(2) = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} V_1 = 6 + \frac{6}{7}(0,7V_1 + 0,3V_2) \\ V_2 = -5 + \frac{6}{7}(0,6V_1 + 0,4V_2) \end{cases} \quad \begin{cases} 7V_1 = 42 + 0,2V_1 + 1,8V_2 \\ 7V_2 = -35 + 3,6V_1 + 2,4V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2,8V_1 - 1,8V_2 = 42 \\ 3,6V_1 - 4,6V_2 = 35 \end{cases} \quad \begin{cases} V_1 = \frac{42 + 1,8V_2}{2,8} \\ \frac{3,6}{2,8}(42 + 1,8V_2) - 4,6V_2 = 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3,78 + 16,2V_2 - 32,2V_2 = 245 \\ V_1 = \frac{42 + 1,8V_2}{2,8} \end{cases} \quad \begin{cases} V_2 = 8,3125 \\ V_1 = \frac{42 + 1,8 \cdot 8,3125}{2,8} = 20,34375 \end{cases}$$

Проверим (**)

$$V_1 \geq z_1^k + \beta(P_{11}^k V_1 + P_{12}^k V_2)$$

$$V_2 \geq z_2^k + \beta(P_{21}^k V_1 + P_{22}^k V_2)$$

$$k=2 \text{ или } V_1: \\ 20,34375 \geq 6 + \frac{6}{7}(0,7 \cdot 20,34375 + 0,3 \cdot 8,3125)$$

или V_2 при $k=1$ верно

$$k=2 \quad 8,3125 \geq z_2^2 + \frac{6}{7}(0,4 \cdot 20,34375 + 0,6 \cdot 8,3125)$$

$$z_1^2 \leq -2,9375$$

Итак: при $z_1^2 \leq -2,9375$ второе условие выполнено

Упражнение 14

$$z_1' = 6 \quad z_2' = -1\frac{7}{10} \quad z_2^2 = -\frac{6}{7} \quad \beta = 1$$

$$x(1) = 1$$

$$x(2) = 1,25$$

$$f_1^*(1) = 1$$

$$f_2^*(2) = 2 \quad (\text{т.к. } \text{корб. } z_2^2 = -\frac{6}{7} = \max\{-\frac{17}{10}, -\frac{6}{7}\})$$

$$f_1^* f_2^* = (1, 2)$$

$$V^1(\pi^*) = \begin{pmatrix} 6 \\ -\frac{6}{7} \end{pmatrix}$$

$$V_1^n(\pi^*) = 6 + 10,7 \cdot V_2^{n-1} + 0,3 \cdot V_2^{n-1}$$

$$V_2^n(\pi^*) = \max_{k=1,2} (z_2^k + \sum_{j=1}^2 p_{2j}^k V_j^{n-1}(\pi^*))$$

Нам f_2^* :

$$V_1^2(\pi^*) = 6 + 10,7 \cdot 6 + 0,3 \cdot -\frac{6}{7} = \frac{348}{35}$$

$$V_2^2: \begin{array}{l} k=1 \quad -\frac{17}{10} + \frac{6}{10} \cdot 6 + \frac{4}{10} \cdot (-\frac{6}{7}) = \frac{109}{70} \\ k=2 \quad -\frac{6}{7} + \frac{4}{10} \cdot 6 + \frac{6}{10} \cdot (-\frac{6}{7}) = \frac{36}{35} \end{array} \Rightarrow \max = \frac{109}{70}$$

$$f_2^* = f = (1, 1)$$

$$V^2(\pi^*) = \begin{pmatrix} \frac{348}{35} \\ \frac{109}{70} \end{pmatrix}$$

Нам f_3^* :

$$V_1^3(\pi^*) = 6 + \frac{7}{10} \cdot \frac{348}{35} + \frac{3}{10} \cdot \frac{109}{70} = \frac{9399}{700}$$

$$V_2^S: k=1 - \frac{17}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{348}{35} + \frac{4}{10} \cdot \frac{109}{70} = \frac{1711}{350}$$

$$k=2 - \frac{6}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{348}{35} + \frac{6}{10} \cdot \frac{109}{70} = \frac{1419}{350}$$

$$\Rightarrow \text{mod} = \frac{171}{595}$$

$$f_3^* = (1, 1)$$

$$V_3^* = \begin{pmatrix} \frac{9399}{700} \\ \frac{1711}{350} \end{pmatrix}$$

Next f_4^* :

$$V_1^4(f_4^*) = 6 + \frac{7}{10} \cdot \frac{9399}{700} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1711}{350} = \frac{118059}{7000}$$

$$V_2^4: k=1 - \frac{17}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{9399}{700} + \frac{4}{10} \cdot \frac{1711}{350} = \frac{29091}{3500}$$

$$k=2 - \frac{6}{7} + \frac{4}{10} \cdot \frac{9399}{700} + \frac{6}{10} \cdot \frac{1711}{350} = \frac{6516}{875}$$

$$\Rightarrow \text{mod} = \frac{29091}{3500}$$

$$f_4^* = (1, 1)$$

$$V_4^* = \begin{pmatrix} \frac{118059}{7000} \\ \frac{29091}{3500} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 16,865 \\ 8,311 \end{pmatrix}$$